

Exo ①

Mohamed Salem / 15hagn

Soit \mathcal{E} la courbe de $f(x) = x^2$
et la translation de vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

1) donne l'équation de la courbe
 $\mathcal{E}' = t(\mathcal{E})$

2) Trouve \mathcal{E}'

3) En déduire une construction de \mathcal{E}'

Solution :

1) Si $t(M) = M'$ alors $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$

$$\begin{aligned} M(x, y) &\Rightarrow \begin{cases} x' - x = 2 \\ y' - y = -3 \end{cases} \\ M'(x', y') &\Rightarrow \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \end{cases} \end{aligned}$$

2) Alors $\begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' + 3 \end{cases}$

3) l'équation de \mathcal{E}' :

$$\begin{aligned} M(x, y) \in \mathcal{E} &\Leftrightarrow y = f(x) \\ &\Leftrightarrow y = x^2 \\ &\Leftrightarrow y' + 3 = (x' - 2)^2 \\ &\Leftrightarrow y' = x'^2 - 4x' + 4 - 3 \\ &\Leftrightarrow y' = x'^2 - 4x' + 1 \end{aligned}$$

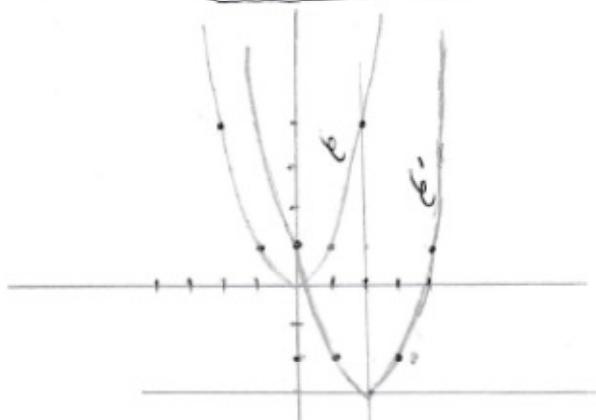
D'où l'équation de \mathcal{E}'

$$y = x^2 - 4x + 1$$

D'où \mathcal{E}' est la courbe

$$y = x^2 - 4x + 1$$

Donc \mathcal{E}' est la courbe de la fonction $(g(x) = x^2 - 4x + 1)$



Exo ②

Reprendre l'exo ① avec $f(x) = \frac{1}{x}$
 $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Solution

$$t(M) = M' \Leftrightarrow MM' = \vec{u}$$

$$\begin{pmatrix} x - n \\ y - y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = n - 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = n + 1 \\ y = y' - 2 \end{cases}$$

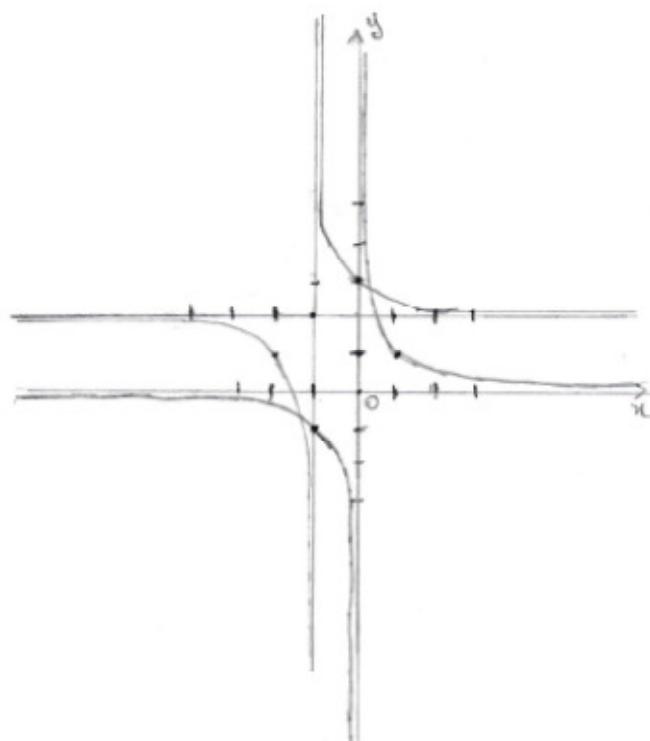
$\therefore M(x, y) \in \mathcal{E} f$,

$$\Leftrightarrow y = f(x) \Leftrightarrow y = \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow y' - 2 = \frac{1}{n+1} \Leftrightarrow y' = 2 + \frac{1}{n+1}$$

$$y' = \frac{2n+3}{n+1}$$

D'où l'équation de \mathcal{E}' $y = \frac{2x+3}{x+1}$



Mohamed Salem / LS hagui

Eexo ③

Soit $f(u) = \frac{1}{u}$
 $g(u) = \frac{-2u-5}{u+3}$

- 1) Montrer que g est l'image de f par une translation dont on déterminera le vecteur.
- 2) Tracer Ef et Eg et mai dans le même repère.

Solution

Si t une tangente à Eg

$\exists p, q \in \mathbb{R} : g(u) + q = f(u+p)$
 alors $Eg \in (Ef)$ avec t une translation de vecteur $\vec{u} = (-p, -q)$

On a: $g(u) = \frac{-2u-5}{u+3}$

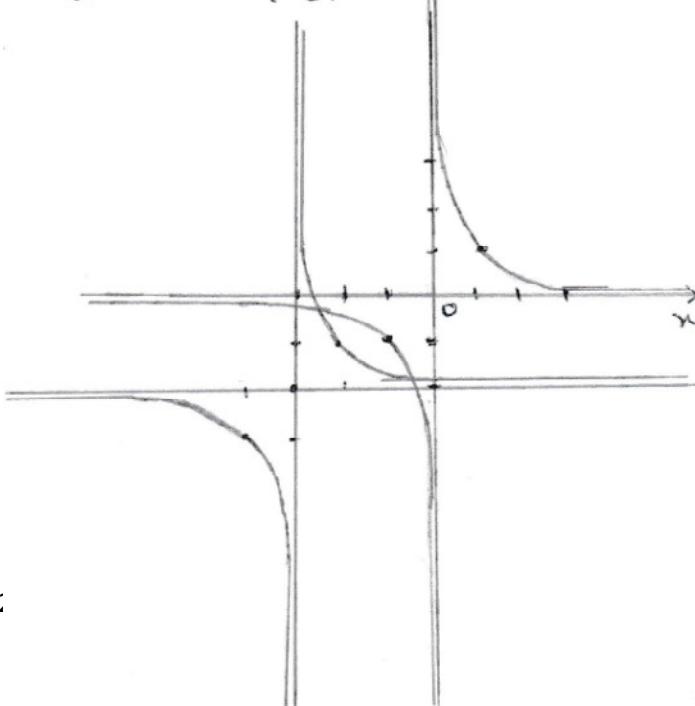
$$g(u) = \frac{-2u-5}{u+3} + \frac{1}{u+3}$$

$$g(u) = \frac{-2(u+3)}{u+3} + \frac{1}{u+3}$$

$$g(u) = -2 + \frac{1}{u+3}$$

$$g(u) + 2 = f(u+3)$$

Alors $Eg = t$ (cest)
 avec $\vec{u} = (-3, 2)$



Eexo ④

Même question d'eexo ③
 avec: $f(u) = u^2$
 $g(u) = u^2 - 4u + 1$

Solution

$$g(u) = u^2 - 4u + 4 - 4 + 1$$

$$g(u) = (u-2)^2 - 3$$

$$g(u) + 3 = (u-2)^2$$

$$g(u) + 3 = f(u-2)$$

$$Eg = t \vec{u} (Ef)$$

$$\text{avec } \vec{u} = (2, -3)$$

Courbe de l'eexo ①